APROXIMACIÓN A UNA FÓRMULA INPUT-OUTPUT INTEGRADORA DE LOS MODELOS DE DEMANDA Y OFERTA.

Pérez Menéndez, Manuel Alfredo

Departamento de Economía Aplicada. Universidad de Oviedo.

www.iogroup.org

APROXIMACIÓN A UNA FÓRMULA INPUT-OUTPUT INTEGRADORA DE LOS MODELOS DE DEMANDA Y OFERTA.

Pérez Menéndez, Manuel Alfredo

Departamento de Economía Aplicada. Universidad de Oviedo.

This paper presents an input-output formulation that combines offer and supply models in order to obtain a direct relationship between final demand and the value added in each sector of the economy. Two systems of ecuations are offered: in the first one the value added amounts are taken as endogenous variables, which allows to measure the impact of changes in final demand on them. In the second system, the final demand amounts are endogenous, and this allows to estimate the influence that variations in value added have on them.

These systems of ecuations make it possible to obtain both final demand and value added multipliers that cuantify the growth of these variables in the economy caused by a rise of one unit in the corresponding exogenous variables of the sectors. This measurement consists of looking at the changes in value added or final demand in each sector, which compound the influence of the exogenous variables on the output of each division or branch of the economy. The result is different from that obtained with the traditional multipliers that are the product of the diagonal matrix of value added coefficients and the inverse matrix of (I-A).

Una aproximación a una fórmula input-output integradora de los modelos de demanda y oferta

Manuel Alfredo Pérez Menéndez

Departamento de Economía Aplicada

Universidad de Oviedo

Dirección:Facultad de Ciencias Económicas

Avenida del Cristo s/n

33071. Oviedo

Teléfono:985 10 37 15

e-mail: maperez@uniovi.es

Una Aproximación a una fórmula input-output integradora de los modelos de demanda y de oferta*

La lectura horizontal o vertical de las tablas input-output permite obtener sendos modelos económicos - demanda y oferta - que ponen en relación, respectivamente, a las demandas finales y a los valores añadidos sectoriales con sus producciones.

En este trabajo se propone un modelo que integra a ambos y que permite obtener dos sistemas de ecuaciones que ponen directamente en relación a los valores añadidos y las demandas finales. En el primer sistema, las variables exógenas serán las demandas finales y las endógenas los valores añadidos; mientras que en el segundo actuarán como variables exógenas los valores añadidos y las demandas finales como endógenas.

Es decir, en el primer caso, el sistema de ecuaciones permitirá conocer los cambios que se producirán en los valores añadidos sectoriales ante cambios en las demandas finales; y, en el segundo, los cambios en las demandas finales ante variaciones en los valores añadidos de las ramas de actividad.

Sobre la base de estos sistemas de ecuaciones se pueden deducir unos multiplicadores, de valor añadido - primer sistema - y de demanda final -

* Quiero agradecer a Santiago M. Argüelles, Ana J. López y Ramiro Lomba, el estudio, discusión y orientaciones que realizaron sobre este trabajo.

segundo sistema -, que cuantifican el incremento que se producirían en estas variables para el conjunto económico, ante incrementos en una unidad en las respectivas variables exógenas sectoriales. Cuantificación del conjunto que recoge en las modificaciones de valor añadido o de demanda final de cada sector, el incremento que aquellas alteraciones en las variables exógenas provocan en la producción de todas y cada una de las ramas de actividad de que se compone la economía, y que resulta distinta a la obtenida con los multiplicadores tradicionales, producto de la matriz diagonal de coeficientes de valor añadido por la matriz inversa de (I-A), siendo A la matriz de coeficientes técnicos que más adelante se especifica.

Partimos pues, de las formulaciones de los modelos de demanda y de oferta. Este último lo planteamos inicialmente con una ligera modificación con respecto a su habitual formulación, que en nada altera el significado del mismo.

<u>Modelo de demanda:</u>

$$AX + D = X$$

$$D = X - AX = [I - A]\, X$$

$$[I - A]^{-1}\, D = X$$

Siendo:

A Matriz de coeficientes técnicos a_{ij} ; donde $a_{ij} = \dfrac{x_{ij}}{X_j}$

D Vector columna de demandas finales.

X Vector columna de output total .

I Matriz unidad

x_{ij} Producción del sector *i* utilizada por el sector *j* en su producción

$X_{J.}$ Producción del sector *j*.

Modelo de oferta.

$$B'X + V = X$$

$$V = X\text{-}B'X = [I - B']\, X$$

$$[I - B']^{-1}\, V = X$$

Siendo:

B' Traspuesta de la matriz B, cuyos coeficientes b_{ij}, son coeficientes de distribución o de mercado, definidos como $b_{ij} = \dfrac{x_{ij}}{X_i}$

V Vector columna de valores añadidos.

X Vector columna de output total.

I Matriz unidad.

x_{ij} Producción del sector *i* utilizada por el sector *j* en su producción.

X_i Producción del sector *i.*

De los modelos anteriores podemos deducir:

$$[I - A]^{-1}\, D = [I - B']^{-1}\, V$$

Pre- multiplicando ambos lados de la igualdad, o bien por

[I - B'], o por [I -A] implicará:

I.- Que los valores añadidos se expresen en función de las demandas finales, bajo la formulación de:

$$[I - B'] [I - A]^{-1} D = V$$

Denominando m_{ij} a los elementos de la matriz resultante, producto de $[I - B'] [I - A]^{-1}$, nos quedaría el siguiente sistema de ecuaciones, donde las demandas finales serán las variables exógenas que determinarán los valores añadidos, o variables endógenas:

$$\begin{gathered} m_{11} D_1 + \dots + m_{1j} D_j + \dots + m_{1n} D_n = V_1 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ m_{i1} D_1 + \dots + m_{ij} D_j + \dots + m_{in} D_n = V_i \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ m_{n1} D_1 + \dots + m_{nj} D_j + \dots + m_{nn} D_n = V_n \end{gathered}$$

De este sistema de ecuaciones es fácil deducir que m_{ij} expresa el incremento del valor añadido del sector *i-ésimo* ante el incremento en una unidad en la demanda final del sector *j-ésimo.*

$m_{ij} = \Delta V_i$, cuando $\Delta D_j = 1$, i = 1…..n.

Lo que implica además que:

I-a) $$\sum_{i=1}^{n} m_{ij} = \sum_{i=1}^{n} \Delta V_i \;;$$

es decir, el sumatorio en *i*, desde *1* hasta *n*, de m_{ij}, expresará el incremento del valor añadido total que se produciría en el conjunto económico ante el incremento en una unidad en la demanda final de la rama *j-ésima*.

I -b)

$$\sum_{j=1}^{n} m_{ij} = \Delta V_i \ ;$$

es decir, el sumatorio en *j*, desde 1 hasta *n*, de m_{ij}, nos dará el incremento en el valor añadido del sector *i* ante el incremento en una unidad en la demanda final de todas y cada una de las ramas de actividad.

Esto es entendible si se tiene en cuenta que la multiplicación de matrices [I - B'] [I - A]$^{-1}$ proporciona una matriz cuyos elementos m_{ij} son iguales a:

$$r_{ij} - b_{1i}\, r_{1j} - b_{2i}\, r_{2j} \ldots\ldots - b_{ii}\, r_{ij} \ldots\ldots. - b_{ni}\, r_{nj} \ ;$$

siendo r_{ij} los ele~~mentos~~ de la matriz inversa de [I - A], que expresan el incremento de output del sector *i* ante el incremento en una unidad en la demanda final del sector j, y $b_{ij} = \dfrac{x_{ij}}{X_i}$.

Por tanto, ante un incremento en una unidad en la demanda final del sector *j* , tendríamos:

$$m_{ij} = \Delta x_i - \left[\frac{x_{1i}}{X_1} \Delta X_1 + \ldots\ldots.. + \frac{x_{ji}}{X_j} \Delta X_j + \ldots\ldots + \frac{x_{ni}}{X_n} \Delta x_n \right]$$

es decir, nos expresa el incremento del output del sector *i*(ΔX_i) menos el incremento de todas las ventas que le efectúan las ramas de actividad;

incrementos que son proporcionales a los incrementos de sus respectivas producciones, que le son provocados por el incremento de la demanda final considerada (D_j).

Esta diferencia de incrementos - output total y consumos intermedios - nos da una medida del incremento del valor añadido del sector *i-ésimo* ante el incremento de una unidad en la demanda final del sector *j-ésimo.*

II. Que las demandas finales se expresan en función de los valores añadidos, bajo la formulación de:

$$D = [I - A]\,[I - B']^{-1}\,V$$

Si denominamos c_{ij} a los elementos de la matriz resultante de $[I - A]\,[I - B']^{-1}$ tendríamos el siguiente sistema de ecuaciones, en el que los valores añadidos son las variables exógenas, determinantes de unas variables endógenas que son las demandas finales:

$$\begin{array}{l} c_{11}V_1 + \ldots\ldots + c_{1j}V_j + \ldots\ldots + c_{1n}V_n = D_1 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ c_{i1}V_1 + \ldots\ldots + c_{ij}V_j + \ldots\ldots + c_{in}V_n = D_i \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ c_{n1}V_1 + \ldots\ldots + c_{nj}V_j + \ldots\ldots + c_{nn}V_n = D_n \end{array}$$

De este sistema de ecuaciones se puede deducir que c_{ij} será el incremento que se producirá en la demanda final del sector *i-ésimo*, ante el incremento en una unidad en el valor añadido de la *rama j-ésima.*

$c_{ij} = \Delta D_i$, cuando $\Delta V_j = 1$, $i = 1 \ldots\ldots m$.

Lo que implica que:

II-a)

$$\sum_{i=1}^{n} c_{ij} = \sum_{i=1}^{n} \Delta D_i \ ;$$

es decir, el sumatorio en *i*, desde 1 hasta *n,* de c_{ij} nos expresará el incremento de la demanda total que se producirá en el conjunto económico ante el incremento en una unidad en el valor añadido de la rama *j-ésima.*

II-b)

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij} = \Delta D_i \ ;$$

es decir, el sumatorio en j, desde 1 hasta *n*, nos expresará el incremento que se producirá en la demanda final del sector *i* ante incrementos en una unidad en los valores añadidos de todos y cada uno de los sectores económicos.

Esto se comprende si se tiene en cuenta que la multiplicación de matrices $[I - A]\,[I - B']^{-1}$ proporciona una matriz cuyos elementos c_{ij} son iguales a:

$$c_{ij} = h_{ij} - a_{i1}\, h_{1j} - a_{i2}\, h_{2j} - \ldots\ldots - a_{ii}\, h_{ij} - \ldots\ldots - a_{in}\, h_{nj} \ ;$$

siendo h_{ij} los elementos de la matriz inversa de *(I - B')* que basándonos en el modelo de oferta podemos concluir que expresan el incremento de output que se genera en la rama *i-ésima* ante el incremento en una unidad en el valor añadido de la rama *j-ésima*, y $a_{ij} = \dfrac{x_{ij}}{X_j}$.

Por tanto, ante un incremento en una unidad en el valor añadido del sector *j-ésimo*, tendríamos:

$$c_{ij} = \Delta X_i - \left[\frac{x_{i1}}{X_1}\Delta X_1 + \ldots\ldots + \frac{x_{ij}}{X_j}\Delta X_j \ldots\ldots + \frac{x_{in}}{X_n}\Delta X_n \right]$$

es decir, el incremento del output del sector *i*(ΔX_i) menos el incremento de las ventas de output intermedio que el sector efectúa a los sectores ante el incremento de las producciones de estos, provocado este incremento de producciones por el incremento del valor añadido considerado (V_j).

Esta diferencia de incrementos -output total y output intermedio- nos da una medida del incremento de la demanda final del sector *i-ésimo* ante el incremento de una unidad en el valor añadido del sector *j-ésimo*.

Resultados de la aplicación del modelo Input-Output integrador

I. En economías cerradas, la aplicación de:

$[I - A] [I - B']^{-1} V$, proporciona las demandas finales totales de cada rama de actividad.

$[I - B'] [I - A]^{-1} D$, proporciona los valores añadidos de cada rama de actividad.

II. En economías abiertas, la aplicación de:

$[I - A] [I - B']^{-1} V$, proporciona las demandas finales de cada rama de actividad netas de importaciones, transferencias de productos fatales e I.V.A.

$[I - B'] [I - A]^{-1} D$, proporciona los valores añadidos brutos a precios de mercado de cada una de las ramas de actividad, si el vector de demandas finales que se aplica es neto de importaciones, transferencias de productos fatales e I.V.A.

En tablas representativas de economías abiertas - Tablas Input-Output (R9), fruto de agregación de la tabla TIO de Asturias (R50) de 1990 (SADEI, 1994) en la que se aplicó el modelo, los coeficientes totales de las matrices A y B fueron calculadas sobre el valor de la producción a precios de salida de fábrica.

Advertencias acerca de los resultados de la formulación propuesta

1.- Las ecuaciones resultantes de la formulación que se propone pueden tener coeficientes negativos, lo que resulta en principio chocante, dada la interpretación económica que tienen, pues no en vano son las alteraciones de valor añadido (m_{ij}) o de demanda final (c_{ij}) que siempre se presuponen positivas, pero empiezan a cobrar sentido si se piensa que en la cuantificación de esas modificaciones se tienen en cuenta los incrementos que se producen en el output de todas y cada una de las ramas de actividad ante incrementos, en un caso, de la demanda final y, en otro, de los valores añadidos, y que las tablas input- output, en su información horizontal, nos dice la estructura fija de distribución de cada una de esa ramas. Puede, por tanto, darse el caso, y de hecho se produce, que, el incremento de output de una rama i-esima cualquiera junto con el incremento de output del resto, tras el incremento de la demanda final, provoque una reestructuración de input en el sector que suponga un crecimiento de este superior en términos proporcionales al del valor de la producción, lo que implica una disminución del valor añadido del mismo. Igual razonamiento cabe aplicar para interpretar las disminuciones que puedan surgir en las modifiaciones de demanda final que soporta un sector ante cambios en el valor añadido de alguno de los sectores. Por tanto, cada m_{ij} que nos representa el incremento del valor añadido de la rama i-ésima ante el incremento en una unidad de la demanda final del sector j-ésimo, no va a resultar nunca proporcional al incremento de output del sector i-ésimo que se produce como consecuencia de ese cambio en la demanda final de j, que es lo que nos expresa el multiplicador de demanda $v_i\, r_{ij}$. Ni va a resultar, por tanto, que el sumatorio en i desde 1 hasta n de m_{ij} sea igual que el sumatorio en i de 1 a n de $v_i\, r_{ij}$

2.- Consecuencia de lo anterior, se observa, al tratar de reconstruir una tabla después de alterar en una unidad la demanda final de una rama, que al partir de los incrementos de la producción de cada rama, dados por los elementos correspondientes de la inversa de [I-A], y de los incrementos de valor añadido proporcionados por los elementos de la matriz resultante de $[I-B'][I-A]^{-1}$, no es posible reasignar los inputs de cada sector incrementando los iniciales con el producto $a_{ij}\ \Delta X_i$, dada la variación en la participación de los valores añadidos con respecto a la situación inicial. Cabe realizar la reasignación, o bien incrementando cada input inicial x_{ij} con el producto de su participación inicial en el total de input del sector por el incremento de input registrado en el sector, dado por la diferencia de incrementos en la producción y del valor añadido; o bien, incrementando cada input x_{ij} con el producto de b_{ij} por el incremento de output registrado por el sector i-ésimo tras la alteración de la demanda final. Pero en ambos casos se producen ligeros desajustes en la suma por filas y por columnas.

No obstante estas dificultades en la reconstrucción de las tablas, considero que la fomulación presentada es válida para conocer, dada una tabla original, las alteraciones que provoca en los valores añadidos una modificación en las demandas finales, o viceversa, lo cual puede resultar útil en el desarrollo de previsiones económicas basadas en modelos econométricos para alcanzar el crecimiento del PIB por el lado de la oferta, que posteriormente tienen que proyectar través de las tablas para conocer la demanda final y sus componentes.

3.- Permítanme, no obstante, por último, un comentario acerca de las formulaciones por mi planteadas en el trabajo objeto de evaluación:

El punto 1 de las advertencias que realizo sobre los resultados de la formulación propuesta y que se refiere a la aparición de coeficientes (m_{ij} , c_{ij}) negativos de la ecuaciones derivadas de casos prácticos, puede resultar más comprensible si señalo que los m_{ij} son los coeficientes de unas ecuaciones representativas de un modelo - $(I-B')(I-A)^{-1}D=V$ - que ha de descansar necesariamente en la constancia de los coeficientes de distribución y permitir la variabilidad de los coeficientes de input, ante las alteraciones de la demanda final. Puede por tanto que ante estas alteraciones la reasignación de inputs que ello conlleve, para determinados sectores, implique un crecimiento de los mismos en mayor medida que el crecimiento de su producción, lo que implicaría un crecimiento negativo de su valor añadido

Es más, los desajustes en la reconstrucción de la tabla señalados, tras la alteración de una unidad en la demanda final de un sector, no se producen si incrementamos: los outputs de cada uno de los sectores en la medida en que nos informan los correspondientes elementos de la matriz inversa de (I-A); los valores añadidos según los elementos correspondientes de la matriz resultante del producto de matrices $(I-B')(I-A)^{-1}$, cuyos elementos m_{ij} pudieran tener la interpretación de incremento en el valor añadido del sector i-ésimo ante cambios en la demanda final del sector j-ésimo; incrementando los inputs o outputs intermedios en función de los coeficientes de distribución; es decir, el incremento de cada x_{ij} vendría dado el producto de b_{ij} y el incremento de X_i ; y estableciendo un nuevo vector de demandas finales resultado de multiplicar para cada sector su coediciente de demanda final inicial ($d_i = D_i / X_i$) por el incremento de output experimentado por el sector.

Se tiene de esta manera una tabla reconstruida y ajustada donde los coeficientes de distribución permanecen inalterables, aunque se modifican los coeficientes de input.

Por el contrario, los c_{ij} negativos; es decir, reducciones en la demanda final del sector i-ésimo ante incrementos en el valor añadido del sector j-ésimo, pueden ser entendidos si consideramos que la formulación $D= (I-A)(I-B')^{-1}V$ ha de descansar necesariamente en el supuesto de coeficientes técnicos constantes y permitir la variabilidad de los coeficientes de distribución ante los cambios que se produzcan en el valor añadido. Por lo que el nuevo output que conlleva un incremento del valor añadido, para determinados sectores, pudiera ser acaparado en mayor medida que en la inicial por los outputs intermedios produciéndose una reducción de la demanda final.

En este caso la reconstrucción de la tabla tras la alteración en una unidad del valor añadido de un sector, la habría que realizar incrementando : los outputs de cada uno de los sectores en la medida en que nos informan los correspondientes elementos de la matriz inversa de (I-B'); las demandas finales según los elementos correspondientes de la matriz resultante del producto de matrices $(I-A)(I-B')^{-1}$, cuyos elementos c_{ij} pudieran tener la interpretación de incremento en la demanda final del sector i-ésimo ante cambios en el valor añadido del sector j-ésimo; incrementando los inputs o outputs intermedios en función de los coeficientes técnicos; es decir, el incremento de cada x_{ij} vendría dado el producto de a_{ij} y el incremento de X_J ; y estableciendo un nuevo vector de valores añadidos resultado de multiplicar para cada sector su coeficiente inicial de valor añadido ($v_i = V_i / X_i$) por el incremento de output experimentado por el sector.

Se tiene de esta manera una tabla reconstruida y ajustada donde los coeficientes técnico permanecen inalterables, aunque se modifican los coeficientes de distribución.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICA

Augustinovics, M (1970): “Methods of international and intertemporal comparation of structure”, en Carter, A.P. y Brody, A (Eds): Contributions to Input-Output analysis, North Holland, Amsterdan, pp. 249-269.

Ghosh, A (1958) : “ Input-output aproach to Allocative System “, Económica 25 , núm 1, pp 58-64.

Leontief, W (1966) : Análisis económico input-output , Orbis, Barcelona, 1984.

Pulido, A y Fontela, E (1993) : Análisis input-output. Modelos, Datos y Aplicaciones , Pirámide, Madrid.

Klein, L.R. (1983) : La economía de la oferta y la demanda , Fondo de Cultura Económica, México, 1988.